

Контрольная работа

Основные положения статистической физики

Содержание

1. Фазовое пространство. Фазовая плотность вероятности
 2. Уравнение Лиувилля. Теорема Лиувилля
 3. Распределения Гиббса
 4. Первое начало термодинамики с точки зрения статистической физики. Статистическое определение энтропии
 5. Энтропия - мера неопределенности при статистическом описании. Статистическое обоснование третьего начала термодинамики
 6. Возрастание энтропии в процессе эволюции. Теорема Гиббса
 7. Теорема о равнораспределении
- Библиографический список
1. Фазовое пространство. Фазовая плотность вероятности

С макроскопической точки зрения состояние физической системы определяется небольшим числом измеримых параметров. Задание таких параметров определяет макроскопическое состояние системы.

Однако если повторить эксперимент, то микроскопические конфигурации атомов будут различны. Назовем состояние системы, которое может быть полностью задано набором микроскопических переменных (координат и импульсов молекул) микроскопическим состоянием системы.

В классической физике микросостояние системы N частиц (бесструктурных) полностью задается $6N$ переменными (координаты и импульсы).

Сам процесс измерения подразумевает взаимодействие с макроскопическим прибором $>$ даже если в системе 1 частица, она успеет побывать во многих микросостояниях. Поэтому, исходя из макроизмерений, можно делать только статистические (вероятностные) суждения о значениях микроскопических переменных.

Пусть над системой находящейся в определенном макросостоянии производится m наблюдений в следующие друг за другом моменты времени:

, .

При каждом наблюдении система оказывается в одном из своих допустимых микросостояний.

Если n - число случаев, когда при наблюдении установлено, что система находилась в состоянии i . Тогда вероятность обнаружения системы в микросостоянии i :

при n .

Условие нормировки: .

Таким образом, с помощью длительного наблюдения за системой, находящейся в определенном макросостоянии, каждому допустимому микросостоянию можно приписать определенный вес .

Данное распределение вероятности по допустимым микросостояниям однозначно соответствует некоторому макросостоянию и, наоборот, с точки зрения СФ каждое независимое макросостояние системы однозначно определяется распределением вероятности по ее допустимым микросостояниям - основной постулат СФ.

Так как измерить микросостояние системы практически невозможно, то такое вероятностное описание оказывается наиболее полным.

Определение вероятности приводит к определению среднего значения физической величины, т.е. того значения, которое измеряется в макроэксперименте.

Пусть $\langle A \rangle$ - значение величины в микросостоянии . Среднее значение тогда может быть вычислено по формуле из теории вероятностей:

.

Такое среднее является временным средним для одной системы. Однако в этом случае может зависеть от времени.

Существует и другой подход (Больцман, Гиббс). Вместо временного усреднения в рамках одной системы было предложено в определенный момент времени рассматривать совокупность большого числа систем, устроенных так же как реальная система.

Среднее значение в определенный момент времени определяется по этой совокупности систем, а сама совокупность называется ансамблем систем. Такое среднее называется средним по ансамблю. Каждая система из ансамбля является точной копией реальной системы в одном из ее допустимых микросостояний. При этом макросостояние остается фиксированным, а систем в ансамбле должно быть столько же, сколько найдется микросостояний.

Доказательство эквивалентности средних по ансамблю и временных средних представляет собой сложную задачу, которая до сих пор в общем случае не решена. Это так называемая эргодическая проблема.

Основное предположение СФ состоит в том, что любая система из замкнутого ансамбля столь же хороша (столь же вероятна) как и любая другая система.

Таким образом, принцип априорных равных вероятностей годится для замкнутых систем и устанавливает равновероятность всех микросостояний в системе. Принцип не работает для части системы или для незамкнутой системы.

Этот постулат необходим для построения статистической физики. Справедливость его подтверждена следствиями, согласующимися с экспериментом. Речь идет о средних значениях, но всегда есть флуктуации.

В замкнутой системе выполняются законы сохранения. Однако, каждому значению сохраняющейся макровеличины (например, энергии) может соответствовать несколько конфигураций атомов. Они равновероятны.

Классическое фазовое пространство

Классическое приближение является предельным случаем более точной кв.

механики. К микрообъектам оно применимо далеко не всегда. В классической статистической физике отсутствует квантование состояний - частицы системы могут иметь любые координаты q и импульсы p , удовлетворяющих уравнениям движения Ньютона.

В классической механике одной из основных величин, которая определяет движение системы, является гамильтониан:

- сумма кинетической и потенциальной энергий.

где q и p обобщенные координаты и импульсы

Уравнения движения Гамильтона имеют вид:

''''

При заданных начальных условиях решение этих двух уравнений позволяет однозначно рассчитать эволюцию системы во времени: .

Воображаемое $2S$ мерное пространство, построенное из S координат и S сопряженных им импульсов, называется фазовым пространством (для одномерного движения одной частицы это будет фазовая плоскость).

Точка A в этом пространстве, заданная $2S$ числами, полностью определяет микроскопическое состояние системы в момент времени t . Совокупность точек (фазовый объем) определяет статистический ансамбль.

Пример При эволюции системы во времени изображающая ее точка движется по траектории в фазовом пространстве. Эту траекторию можно представить совокупностью $2S$ функций времени .

Элемент объема в классическом фазовом пространстве:

.

Фазовая плотность вероятности

Наблюдая поведение классической макросистемы можно определить вероятность того, что она будет обнаружена в некотором определенном микросостоянии. Пусть это микросостояние определяется малым элементом фазового объема ΔV , а процесс протекает за время от 0 до t . Пусть в течение времени t фазовая траектория проходит в пределах ΔV . Тогда вероятность того, что система во время t будет обнаружена в физическом состоянии ΔV , равна: .

Предел этого отношения при неограниченном увеличении времени наблюдения t определяет вероятность того, что макросистема находится в определенном микросостоянии:

,

где функция называется фазовой плотностью вероятности (функция распределения ансамбля систем) - размерная функция.

Она удовлетворяет условию нормировки

''''

Тогда среднее значение некоторой динамической функции можно записать в виде

.

Здесь интегрирование идет по всему фазовому пространству.

2. Уравнение Лиувилля. Теорема Лиувилля

Рассмотрим поведение во времени фазового объема, соответствующего замкнутой системе. Изменение во времени происходит за счет изменения координат и импульсов частиц.

В этом смысле движение изолированной системы в фазовом пространстве подобно потоку несжимаемой жидкости. Микросостояния не возникают и не исчезают, а изменяются в соответствии с законами механики.

Рассмотрим изменение во времени величины (эволюцию ансамбля). В начальный момент. Нужно предсказать.

Чисто формальным образом это передвижение фазовых точек можно рассматривать как стационарное течение «газа» в $2S$ -мерном фазовом пространстве и применять к нему известное уравнение непрерывности, выражающее собой неизменность массы (числа точек). Эта аналогия основана на том, что траектория точки не может закончиться или начаться вследствие однозначности уравнений механики. То есть фазовые точки в изолированной системе не исчезают и не появляются.

Для газа таких точек можно записать уравнение непрерывности, которое представляет собой закон их сохранения:

(ρ - плотность, v - скорость газа), а для стационарного течения

.

Обобщая последнее уравнение на случай $2S$ -мерного пространства, получим

.

вероятность энтропия термодинамика статистический

В данном случае «координатами» являются координаты q и импульсы p , а «скоростями» - производные по времени, определяемые уравнениями механики.

Таким образом, имеем:

.(*)

Используя уравнения движения из классической механики получим, что уравнение может быть представлено в виде (при этом левая часть представляет собой полную производную по времени от функции распределения):

- уравнение Лиувилля.

Следствием уравнения Лиувилля является сохранение фазового объема при движении системы (теорема Лиувилля). Однако форма объема при этом может меняться. Сохранение объема следует из факта сохранения числа фазовых точек в пространстве: микросостояния не исчезают и не появляются вследствие однозначности уравнений механики. Тогда можно записать:

Отсюда сразу следует сохранение элементарного объема.

Из теоремы Лиувилля следует, что функция распределения должна выражаться через такие комбинации p и q , которые с течением времени остаются постоянными. Это механические интегралы движения. Если отвлечься от поступательного и вращательного движений системы как целого, то функция распределения должна определяться энергией системы.

Математическим выражением сохранения фазового объема является равенство единице якобиана (смысл Якобиана как раз и состоит в отношении объемов при преобразовании координат):

Новые переменные связаны со старыми следующим образом:

Равенство модуля якобиана единице как раз и означает сохранение фазового объема.

3. Распределения Гиббса

При статистическом методе для определения основной характеристики (X - совокупность координат и импульсов всех частиц системы) используются те или иные модели строения рассматриваемого тела.

Оказывается возможным нахождение общих свойств общих статистических закономерностей, которые не зависят от строения вещества и являются универсальными. Выявление таких закономерностей является основной задачей термодинамического метода описания тепловых процессов. Все основные понятия и законы термодинамики могут быть раскрыты на основе статистической теории.

Для изолированной (замкнутой) системы или системы в постоянном внешнем поле состояние называется статистически равновесным, если функция распределения не зависит от времени.

Конкретный вид функции распределения рассматриваемой системы зависит как от совокупности внешних параметров, так и от характера взаимодействия с окружающими телами. Под внешними параметрами в данном случае будем понимать величины, определяемые положением не входящих в рассматриваемую систему тел. Это, например, объем системы V , напряженность силового поля и т.д. Рассмотрим два наиболее важных случая:

1) Рассматриваемая система энергетически изолирована. Полная энергия частиц E постоянна. При этом E можно включить в a , но выделение его подчеркивает особую роль E . Условие изолированности системы при заданных внешних параметрах можно выразить равенством:

2) Система не замкнута - возможен обмен энергией. В этом случае нельзя найти a , она будет зависеть от обобщенных координат и импульсов частиц окружающих тел. Это оказывается возможным, если энергия взаимодействия рассматриваемой системы с окружающими телами.

При этом условии функция распределения микросостояний зависит от средней интенсивности теплового движения окружающих тел, которую характеризуют температурой T окружающих тел:

Температура также играет особую роль. Она не имеет (в отличие от a) аналога в механике: (не зависит от T).

В состоянии статистического равновесия не зависит от времени, неизменны и все внутренние параметры. В термодинамике такое состояние называют состоянием термодинамического равновесия. Понятия статистического и термодинамического равновесия эквивалентны.

Функция распределения микроскопической изолированной системы - микроравновесное распределение Гиббса

Случай энергетически изолированной системы. Найдем вид функции распределения

для этого случая.

Существенную роль при нахождении функции распределения играют лишь интегралы движения - энергия, - импульс системы и - момент импульса. Лишь они являются контролируемыми.

Гамильтониану в механике отводится особая роль, т.к. именно функцией Гамильтона определяется вид уравнения движения частиц. Сохранение полного импульса и момента импульса системы при этом является следствием уравнений движения. Поэтому выделяют именно такие решения уравнения Лиувилля, когда зависимость проявляется лишь через гамильтониан :

.

Так как , .

Из всех возможных значений X (совокупность координат и импульсов всех частиц системы) выделяются те, которые совместимы с условием . Константу C можно найти из условия нормировки:

,

где - площадь гиперповерхности в фазовом пространстве , выделяемой условием постоянства энергии.

Т.е. - микроканоническое распределение Гиббса.

В квантовой теории равновесного состояния, так же существует микроканоническое распределение Гиббса. Введем обозначения: - полный набор квантовых чисел, характеризующих микросостояние системы частиц, - соответствующие допустимые значения энергии. Их можно найти, решая стационарное уравнение для волновой функции рассматриваемой системы.

Функция распределения микросостояний в таком случае будет представлять собой вероятность для системы находиться в определенном состоянии: .

Квантовое микроканоническое распределение Гиббса может быть записано в виде:

,

где - символ Кронекера, - из нормировки: - число микросостояний с заданным значением энергии (а так же). Она называется статистическим весом.

Из определения все состояния удовлетворяющие условию имеют одинаковую вероятность, равную . Таким образом, в основе квантового микроканонического распределения Гиббса лежит принцип равных априорных вероятностей.

Функция распределения микросостояний системы в термостате - каноническое распределение Гиббса.

Рассмотрим теперь систему, обменивающуюся энергией с окружающими телами.

Этому подходу с термодинамической точки зрения соответствует система, окруженная очень большим термостатом с температурой T . Для большой системы (наша система + термостат) можно использовать микроканоническое распределение, поскольку такая система может считаться изолированной. Будем полагать, что рассматриваемая система составляет малую, но макроскопическую часть большей системы с температурой T и числом частиц в ней . То есть выполняется равенство (\gg).

Будем обозначать переменные нашей системы через X , а переменные термостата

через X_1 .

Тогда для всей системы запишем микроканоническое распределение:

.

Нас будет интересовать вероятность состояния системы из N частиц при любых возможных состояниях термостата. Эту вероятность можно найти, проинтегрировав это уравнение по состояниям термостата

.

Функция Гамильтона системы и термостата может быть представлена в виде

.

Будем пренебрегать энергией взаимодействия между системой и термостатом по сравнению, как с энергией системы, так и с энергией термостата. Это можно сделать, поскольку энергию взаимодействия для макросистемы пропорциональна площади ее поверхности, в то время как энергия системы пропорциональна ее объему. Однако пренебрежение энергией взаимодействия по сравнению с энергией системы не означает, что оно равно нулю, в противном случае постановка задачи теряет смысл. Таким образом, распределение вероятностей для рассматриваемой системы можно представить в виде

.

Перейдем к интегрированию по энергии термостата

,

.

Отсюда, воспользовавшись свойством δ -функции

,

Получим

.

Будем в дальнейшем переходить к предельному случаю, когда термостат очень велик. Рассмотрим частный случай, когда термостат представляет собой идеальный газ с N_1 частицами с массой m каждая.

Найдем величину Ω , которая представляет собой величину

,

где Ω представляет собой объем фазового пространства, заключенного внутри гиперповерхности. Тогда Ω представляет собой объем гиперсферического слоя (сравните с выражением для трехмерного пространства

Для идеального газа область интегрирования дается условием

.

В результате интегрирования в указанных границах получаем объем $3N_1$ -мерного шара с радиусом, который будет равен R . Таким образом, имеем

.

Откуда имеем

.

Таким образом, для распределения вероятностей имеем

.

Перейдем теперь к пределу $N_1 \rightarrow \infty$, однако, предполагая, что отношение $\frac{N_1}{N}$ остается

постоянным (так называемый термодинамический предел). Тогда получим

Принимая во внимание, что

получим

Тогда функция распределения системы в термостате может быть записана в виде

где C находится из условия нормировки:

Функция называется классическим статистическим интегралом. Таким образом, функция распределения системы в термостате может быть представлена в виде:

- это и есть каноническое распределение Гиббса (1901 г.).

В этом распределении T характеризует среднюю интенсивность теплового движения

- абсолютную температуру частиц окружающей среды.

Другая форма записи распределения Гиббса

Далее мы увидим, что совпадает со свободной энергией из термодинамики (энергия Гельмгольца).

При определении считались различными микроскопическими состояниями, отличающиеся лишь перестановкой отдельных частиц. Это означает, что мы в состоянии следить за каждой частицей. Однако такое предположение приводит к парадоксу.

Выражение для квантового канонического распределения Гиббса, может быть записано по аналогии с классическим:

- статистическая сумма: .

Она является безразмерным аналогом статистического интеграла. Тогда свободная энергия может быть представлена в виде:

Рассмотрим теперь систему, находящуюся в термостате и способную обмениваться энергией и частицами с окружением. Вывод функции распределения Гиббса для этого случая во многом аналогичен выводу канонического распределения. Для квантового случая распределение имеет вид:

- это распределение называется Большим каноническим распределением Гиббса. Здесь μ - химический потенциал системы, который характеризует изменение термодинамических потенциалов при изменении числа частиц в системе на единицу.

Z - из условия нормировки:

Здесь суммирование идет не только по квадратным числам, но и по всем возможным значениям числа частиц.

Другая форма записи: введем функцию, но так как ранее получено из

термодинамики, где ϕ - большой термодинамический потенциал. В результате получим

.

Здесь \bar{n} - среднее значение числа частиц.
Классическое распределение аналогично.

.

Распределения Максвелла и Больцмана

Каноническое распределение Гиббса устанавливает (при заданной T) явный вид функции распределения значений всех координат и импульсов частиц ($6N$ -переменных). Но такая функция очень сложна. Часто достаточно более простых функций.

Распределение Максвелла для идеального одноатомного газа. Каждую молекулу газа мы можем считать «рассматриваемой системой», принадлежащими к термостату.

Поэтому вероятность какой-либо молекуле иметь импульсы в заданных промежутках дается каноническим распределением Гиббса:

Заменив импульсы скоростями, и используя условия нормировки, получим - функция распределения Максвелла по компонентам скорости. Легко получить распределение и по модулю.

В любой системе, энергия которой равна сумме энергий отдельных частиц имеет место выражение, аналогичное максвелловскому. Это распределение Максвелла-Больцмана. Опять будем считать, что «системой» является одна какая-либо частица, остальные же играют роль термостата. Тогда вероятность состояния этой избранной частицы при любом состоянии остальных дается каноническим распределением: , .

По остальным величинам... проинтегрировали

.

4. Первое начало термодинамики с точки зрения статистической физики.
Статистическое определение энтропии

Первое начало термодинамики для бесконечно малых величин может быть записано в виде:

.

Внутренняя энергия: т.е. это среднее значение микроскопической внутренней энергии

(*),

где ∂ - дифференциал по a и T .

Введем микроскопические (зависит от X) силы, соответствующие обобщенным координатам :

.

Отметим, что размерность этих сил может быть различной в зависимости от параметров .

Термодинамические силы определяются как средние от микроскопических сил:

.

Работа в термодинамике может быть определена как:

первый член (*) равен работе термодинамических сил (**).

Вполне понятно, что работа связана с изменением внешних параметров, поскольку они не дают вклада в кинетическую энергию, то должны дать вклад в потенциальную.

То есть определяется изменением функции распределения вследствие изменения термодинамических переменных α , T .

Из условия нормировки:

. (***)

В выражении (*) разделим и умножим на Ω и вычтем выражение

Используем каноническое распределение Гиббса:

с учетом Ω - вынесем за интеграл Ω (***) .

Из определения энтропии в термодинамике: .

Если приравнять величину S в каноническом распределении Гиббса к термодинамической температуре, то, сравнивая S , получим:

,

где k - константа, которая может быть определена только в квантовой статистической теории. Или: .

Из термодинамики свободная энергия определяется как:

.

Таким образом, действительно функция S в каноническом распределении Гиббса совпадает со свободной энергией, определенной в термодинамике. Зная сводную энергию, можно вычислить основные термодинамические параметры:

.

Отсюда:

,'

С другой стороны можно определить теплоемкость:

.

Таким образом, основной алгоритм, на котором основана равновесная СФ, выглядит так:

.

5. Энтропия - мера неопределенности при статистическом описании. Статистическое обоснование третьего начала термодинамики

Определение энтропии получено для Ω - канонического распределения Гиббса. Для произвольной функции распределения введем энтропию (опуская Ω):

(квадратные скобки означают, что величина S определена для совокупности случайных величин X),

.

Это для непрерывной переменной. Во многих случаях (в частности, в квантовой теории) используются функции распределения случайных величин, принимающих дискретный ряд значений n (например, набор квантовых чисел). Обозначим

соответствующую функцию. Тогда:

Тогда энтропия для дискретного распределения может быть представлена в виде

.

Свойства и

1. Если при $\beta \rightarrow 0$, и нулю для всех остальных значений, то $S \rightarrow 0$. Это соответствует нулевой неопределенности задания состояния системы.
2. Если число возможных значений дискретной переменной равно Ω и все возможные значения равновероятны: $p_i = 1/\Omega$ (- доказать).

То можно показать, что S в этом случае максимальна и равна:

.

В таком виде формула для энтропии была получена еще Больцманом.

Это соответствует полному хаосу (максимальной неопределенности) задания состояния системы.

Для энтропии непрерывных величин результаты аналогичны.

Для сравнения найдем энтропию, соответствующую квантовому микроканоническому распределению Гиббса:

.

Второе слагаемое равно нулю, поскольку содержит $0 \ln 0$ или $1 \ln 1$. Таким образом, мы снова получаем формулу для энтропии в виде:

.

Следовательно, энтропия может служить мерой неопределенности при статистическом описании процессов в макротелах. Такое определение энтропии можно использовать и для исследования неравновесных процессов, когда

.

Третье начало термодинамики с точки зрения статистической физики

На основе анализа экспериментов Вальтер Нернст (1906 г.) пришел к выводу, что разность энтропий соответствующих любым двум модификациям вещества стремиться к нулю при приближении к нулю абсолютной температуры: $S(T=0) = 0$.

Позднее Планк сформулировал Результат Нернста в еще более определенной форме: при $T \rightarrow 0$ - теорема Нернста (третье начало).

Из нее следует ряд термодинамических следствий. Обратимся к квантовому каноническому распределению Гиббса. Из него следует выражение для энтропии:

.

Из квантового канонического распределения Гиббса следует, что наиболее вероятным является квантовое состояние системы с наименьшим возможным значением энергии - основное состояние.

В равновесном состоянии функция распределения максимальна для основного состояния. Если через ϵ_0 обозначить разность энергий основного и возбужденного состояний, то при температуре $T \rightarrow 0$ вероятность функции для основного состояния будет близка к единице, а при $T=0$:

Эта функция удовлетворяет условию нормировки.

Действительно, записывая условие нормировки в виде:

,

получим

.

При таком распределении все члены выражения для S равны нулю при $T = T_0$.

Таким образом, третье начало с точки зрения статистической физики можно сформулировать так:

при $T = T_0$ система находится только в основном состоянии, поэтому неопределенность задания состояния равна нулю. Этому соответствует равенство нулю энтропии, которая является мерой неопределенности состояния при статистическом описании.

6. Возрастание энтропии в процессе эволюции. Теорема Гиббса

Обозначим через ρ распределение, не совпадающее в общем случае с распределением Гиббса.

.

Кроме того, внутренняя энергия, вычисленная с помощью ρ одинакова (U - неизменные).

.

В остальном ρ - произвольная.

Обозначим через S энтропии: $S(\rho)$, $S(\rho_0)$ и покажем, что $S(\rho) \geq S(\rho_0)$. Т.е. энтропия, отвечающая каноническому распределению Гиббса, максимальна (равенство имеет место, если $\rho = \rho_0$).

Представим ρ в виде:

,

где ϕ - произвольная (вспомогательная) функция, определяемая ρ . При этом должно выполняться условие нормировки:

.

Найдем разность энтропий:

.

Второй и четвертый члены, содержащие $\ln U$, сокращаются (вследствие одинаковости U). Тогда получим:

(*)

Здесь использовано условие нормировки $\int \rho \ln \rho = -S(\rho)$. Добавим к правой части (*) нулевой (опять из нормировки) член:

.

Тогда получим

.

Первый множитель под интегралом положителен, т.к. это экспонента.

Но второй множитель так же положителен: $\ln \rho_0 \leq \ln \rho$. Легко показать, что он имеет минимум, равный нулю при $\rho = \rho_0$.

Таким образом, получим: $S(\rho) \geq S(\rho_0)$. Равенство имеет место, если $\rho = \rho_0$.

Можно трактовать это и иначе: вместо ρ_0 можно выбрать ρ , где ρ - любой момент времени, отвечающий эволюции к равновесному состоянию. Тогда в замкнутой системе в ходе процесса эволюции к равновесному состоянию энтропия достигает максимального значения в равновесном состоянии. второй закон для необратимых процессов в замкнутой системе.

Как найти статистическая теория неравновесных процессов.

7. Теорема о равномерном распределении

Рассмотрим классическую систему, и покажем, что на каждую степень свободы в такой системе приходится энергия, равная $kT/2$. То есть, нам нужно доказать равенство:

.

Используем каноническое распределение Гиббса:

.

Интеграл по p_1 можно взять по частям:

.

Слагаемое в квадратных скобках равно нулю, поскольку экспонента стремится к нулю быстрее, чем степенная функция. Поэтому

,

поскольку интеграл в силу условия нормировки равен единице. Значение $i = 1$ мы взяли произвольно. Такое же выражение можно получить для любого i .

Для координат можно получить аналогичное выражение:

.

Важно только то, что при возрастании координат N тоже возрастает достаточно быстро. Например, для гармонического осциллятора имеем:

,.

Рассмотрение вращательных степеней свободы проводится аналогично.

Таким образом, можно сделать общий вывод: в классической механике на каждую степень свободы молекулы приходится энергия, равная $kT/2$. Однако, такой вывод неверен в квантовой механике.

Библиографический список

1. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Статистическая физика. Теоретическая физика. Т.V, часть 1, 5-е издание, М.: Физматлит, 2005. 616 с.
2. Леонтович М.А. Введение в термодинамику. Статистическая физика, М.: Наука. 1983. 416с.
3. Квасников И.А. Термодинамика и статистическая физика. Т.3. Теория неравновесных систем. Эдиториал УРСС, 2013. 448с.