

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«Омский государственный педагогический университет»

Факультет начального, дошкольного и специального образования

Кафедра предметных технологий начального и дошкольного образования

Понятие системы счисления

Курсовая работа

по направлению 44.03.01 Педагогическое образование,

направленность (профиль) Начальное образование,

дисциплина Математика

Выполнил: студент 215.2 группы

очной формы обучения

Кезикова Екатерина Александровна

Научный руководитель:

Баракина Татьяна Вячеславовна,

к.п.н., доцент

Омск, 2016

Содержание

Введение

§ 1. Понятие системы счисления. История развития систем счисления

§ 2. Десятичная система счисления

§ 3. Общие вопросы изучения нумерации целых неотрицательных чисел в начальном
курсе математики

Заключение

Библиографический список использованных источников и литературы

Введение

Каждый человек в жизни так или иначе постоянно сталкивался с числами и цифрами: запоминая номера автобусов и телефонов, в магазине подсчитывая стоимость покупок. Интересно, что знал человек о числах пять тысяч лет назад? Историки доказали, что и пять тысяч лет тому назад люди могли записывать числа, могли производить над ними арифметические действия. При этом записывали они числа совершенно по другим принципам, нежели мы в настоящее время: число изображалось с помощью одного или нескольких символов. В математике и информатике принято символы, участвующие в записи числа, называть цифрами. В чем же состоит потребность изучения систем счисления?

Система счисления - это символический метод записи чисел, представление чисел с помощью письменных знаков. Она позволяет получить сведения о множестве чисел, даёт каждому числу уникальное представление и отражает их алгебраическую и арифметическую структуру. Системой счисления называют также систему приемов и правил, позволяющих устанавливать взаимно-однозначное соответствие между любым числом и его представлением в виде совокупности конечного числа символов.

Существуют позиционные и непозиционные системы счисления. В позиционной системе счисления значение цифры зависит от её положения в числе. В непозиционной - значение цифры определяется лишь самой цифрой.

Позиционные системы счисления подразделяются на однородные и смешанные. У однородной системы счисления - для всех позиций числа набор допустимых цифр одинаков.

Смешанные системы счисления - это такие системы, в которых числа, заданные в одной системе счисления отображаются с помощью цифр другой системы счисления. Проще говоря, для каждой позиции числа в смешанной системе счисления существует дополнительная система счисления, в которой записывается цифра на данной позиции.

Денежные знаки - это тоже смешанная система счисления. Сейчас в России используются монеты и купюры номиналов: 1 коп., 5 коп., 10 коп., 50 коп., 1 руб., 2 руб., 5 руб., 10 руб., 50 руб., 100 руб., 500 руб., 1000 руб. и 5000 руб. Чтобы получить некоторую сумму в рублях, нам нужно использовать некоторое количество денежных знаков различного достоинства. Это позволяет значительно облегчить денежные операции, а также экономно использовать материал, для производства денежных средств.

Таким образом, потребность в изучении системы счисления состоит в том, что система счисления следует за нами всю жизнь и, не зная её, мы не сможем делать привычные нам действия.

Вопросам изучения систем счисления уделялось внимание в работах таких математиков, как: Френсис Бэкон (описал систему, буквы алфавита которой могут быть сведены к последовательностям двоичных цифр), В.П.Маслов, Н.П.Брусенцов, А.Н.Колмагоров, С.Б.Гашков, в том числе по изучению нумерации целых неотрицательных чисел в начальном курсе математики М.И.Моро, А.В.Белошистая, Н.Б.Истомина, С.Е.Царева.

Таким образом, цель курсовой работы заключается в раскрытии теоретических основ изучения систем счисления в начальном курсе математики.

Объект исследования: понятие системы счисления

Предмет исследования: содержание понятия «системы счисления».

Задачи исследования:

1. Раскрыть понятие системы счисления, историю развития систем счисления.
2. Описать особенности десятичной системы счисления.
3. Рассмотреть общие вопросы изучения нумерации целых неотрицательных чисел в начальном курсе математики.

Методы исследования: теоретический анализ научно-методической литературы по проблеме исследования, педагогическое наблюдение.

Структура работы. Курсовая работа состоит из введения, 3 параграфов, заключения, библиографического списка использованных источников и литературы.

§ 1. Понятие системы счисления. История развития систем счисления

Системой счисления называется язык для наименования, записи чисел и выполнения арифметических операций над ними.

Система счисления - это искусственный язык, однако он строится по тем же этапам, что и любой естественный язык.

Система счисления (система нумерации), которую мы сегодня знаем и используем, является заслугой индийского народа и ученых-математиков, которые и изобрели системы счисления.

В I веке н. э. индийские ученые, на основе античной математики, создали привычную для нас сегодня десятичную позиционную систему. Для записи чисел они использовали 10 цифр, которые почти не изменились и до сегодня.

Этапы построения систем счисления

1 этап. Строится алфавит - конечное множество символов, необходимых для записи чисел в данной системе счисления.

Каждый символ алфавита системы счисления называется цифрой. Количество цифр в алфавите s/c называется основанием системы счисления.

2 этап. Из цифр алфавита строятся числа.

Число в системе счисления - это конечное упорядоченное множество цифр алфавита. Построение чисел осуществляется простым приписыванием цифр алфавита слева направо. Такую запись называют еще краткой записью числа.

этап. Чтение чисел по определенным правилам.

этап. Построение словосочетаний

Словосочетания в системе счисления - это числовые выражения и выражения с переменной. Они записываются с помощью цифр, знаков арифметических операций, букв и, может быть, скобок. Не содержат знаков бинарных отношений.

этап. Построение предложений

Предложения в системах счисления бывают двух типов:

1) высказывания (не содержат переменную) - числовые равенства, числовые неравенства;

2) предикаты (содержат переменную) - уравнения и неравенства с переменными.

Предложения записываются с помощью цифр, знаков арифметических операций, букв, знаков бинарных отношений и, может быть, скобок.

Все системы счисления делятся на позиционные и непозиционные. В непозиционных системах счисления значение каждой цифры не зависит от того места, которое она занимает в записи числа, в позиционных - зависит.

Например, древняя ионийская система счисления, которая для записи чисел использовала, в частности цифры ? - 1 и ? - 10, являлась непозиционной. Поэтому число, содержащее, например, три десятка и две единицы можно было записать различными способами: ????? или ????? или ????? и т.п.

Привычная для нас десятичная система счисления является позиционной. Например, числа 157 и 571 не являются равными, хотя записываются с помощью одних и тех же цифр.

Сегодня мы настолько сроднились с десятичной позиционной системой счисления, что не представляем себе иных способов обозначения чисел. Однако так было далеко не всегда.

На разных этапах своего исторического развития люди, проживающие в различных

частях земного шара, пользовались различными системами счисления и различными нумерациями. Причем устное обозначение чисел (устная нумерация) сложилась гораздо раньше письменной.

Понятие системы счисления неразрывно связано с развитием счёта. На первых порах расширение запаса чисел происходило очень медленно. Сначала люди просто различали, один предмет перед ними или нет. Если предмет был не один, то говорили «много».

Впоследствии способность различать друг от друга небольшие совокупности развивалась: возникли слова для обозначений понятий «два», «три», «четыре», «пять», «шесть», «семь» и т.д.

Существовали племена, в языке которых были названия только двух чисел: один и два.

Туземцы Торесова пролива считали так:

1 - «урапун», 2 - «окоза»,

3 - «окоза - урапун»,

4 - «окоза - окоза»,

5 - «окоза-окоза - урапун».

Все остальные числа - «МНОГО».

У ряда африканских племен, в Древнем Китае была распространена пятеричная система счисления. Ведь самым простым инструментом счета являются пальцы на руках человека. С их помощью можно было считать до 5, а если взять две руки, то и до 10. Одна из таких систем счета впоследствии и стала общеупотребительной десятичной.

В древние времена люди ходили босиком. Поэтому они могли пользоваться для счета пальцами как рук, так и ног. Таким образом можно, казалось бы, считать лишь до двадцати. Но с помощью этой «босоногой машины» люди могли достигать значительно больших чисел.

1 человек - это 20,

2 человека - это два раза по 20 и т.д.

До сих пор в Полинезии существуют племена, которые для счета используют двадцатеричную систему счисления.

В Древнем Вавилоне применялась шестидесятеричная система счисления. Остатки ее мы находим в сохранившемся до сих пор делении часа на 60 минут, а минуты - на 60 секунд. Окружность делят на 360 (то есть 60⁶) градусов, градус - на 60 минут, а минуту - на 60 секунд.

Широкое распространение имела в древности и двенадцатеричная система, происхождение которой тоже связано со счетом на пальцах. За единицу счета принимались отдельные суставы четырех пальцев одной руки, которые при счете перебирались большим пальцем той же руки. Остатки этой системы счисления сохранились и до наших дней и в устной речи, и в обычаях. Хорошо известно название числа 12 - «дюжина».

Сохранился обычай считать, например, столовые приборы в сервизе или стулья в мебельном гарнитуре, не десятками, а дюжинами.

Существовали так же мультипликативные системы счисления.

В таких системах счисления для записи чисел используется уже определенное количество цифр, которые могут принимать разные значения в зависимости от расположения в записи числа. Все цифры здесь изображаются определенными символами.

Например 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 11, 12, ..., 99, 100, 101 ...

Запись числа 1999 означает, что $1 \cdot 1000 + 9 \cdot 100 + 9 \cdot 10 + 9$. Для того, чтобы "собрать" такое число используется умножение (multiplication англ.), из-за чего систему и назвали "мультипликативной".

Такие системы счисления были только у народов с очень хорошо развитой математикой. По сей день мы используем только такую систему счисления.

Такая система счисления годится для записи чисел, и она очень удобна для счета. Любое из действий арифметики и алгебры может быть выполнено легко. Для счета здесь не нужна большая сноровка.

Впервые такая система, вернее ее зачатки появилась в Древнем Вавилоне, почти в то же время она была изобретена в Китае, потом в Индии, откуда перекочевала на Аравийский полуостров, а затем и в Европу. Здесь эту систему счисления назвали Арабской, и под этим именем она разошлась по всему миру. Так что, говоря "арабские числа" надо иметь в виду, ну, хотя бы индийские.

Самое большое число, которое использовали древние римляне и греки в системе счисления - 10^6 (то есть один миллион). В это же время индусы оперировали такими числами, как 10^{53} и присваивали большим числам отдельные имена (конкретные примеры появились в 5000 г. до нашей эры, во время ведического периода).

Таким образом, следует отметить, что понятие системы счисления прошло длительный исторический путь развития. Позиционные системы являются наиболее совершенными по сравнению с непозиционными, так как предлагают более компактный способ записи чисел и облегчают процесс вычислений. В настоящее время практически повсеместно используется десятичная арабская позиционная нумерация, однако до сих пор сохранились следы непозиционных систем счисления.

§2. Десятичная система счисления

$\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ - алфавит десятичной с/с - содержит 10 цифр.

Десятичной записью натурального числа x называется представление его в виде суммы $x = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10 + a_0$,

где $a_n 10^n, a_{n-1} 10^{n-1}, \dots, a_1 10, a_0$ - разрядные слагаемые;

$10^n, 10^{n-1}, \dots, 10^2, 10, 1$ - разрядные единицы;

$a_n, a_{n-1}, a_1, \dots, a_0$ - это цифры алфавита десятичной с/с, причем $a_n \neq 0$.

Они называются разрядными цифрами (или разрядными коэффициентами) и показывают, сколько единиц соответствующего разряда содержится в данном числе.

По десятичной записи можно записать краткую запись натурального числа:

$$x = a_n 10^n + a_{n-1} 10^{n-1} + \dots + a_1 10 + a_0 = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0,$$

Горизонтальная числа изображается для того, чтобы не путать краткую запись числа и произведение чисел $a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$.

Например, $2 \cdot 10^4 + 0 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 5 \cdot 10 + 3 = 20453$

Каждое натуральное число имеет единственную десятичную запись.

Количество цифр в краткой записи числа называется его значностью. Например, число 20453 - пятизначное, так как его краткая запись содержит 5 цифр. Нельзя начинать запись чисел с 0. Цифра 0, записанная крайней слева в краткой записи числа, не является значащей.

Разрядом называется место цифры в записи числа. Нумеруются разряды справа налево. Каждый разряд имеет свое название: 1 разряд - разряд единиц, 2 разряд - разряд десятков, 3 разряд - разряд сотен и т. д. Число 20453 содержит 3 единицы 1ого разряда, 5 единиц 2ого разряда (десятков), 4 единицы 3его разряда (сотен), 0 единиц 4ого разряда (тысяч), 2 единицы 5ого разряда (десятков тысяч).

Три первых разряда (1ый, 2ой, 3ий) можно объединить в одну группу, которую называют первым классом или классом единиц; 4ый, 5ый, 6ой разряды образуют второй класс - класс тысяч; 7ой, 8ой, 9ый разряды образуют третий класс - класс миллионов и т.д. Таким образом, каждые три следующие разряда образуют новый класс. Например, число 20453 содержит 20 единиц второго класса и 453 единицы первого класса. Выделение классов создает удобства для чтения чисел в десятичной системе счисления.

В десятичной системе счисления всем числам принято давать название. Первые десять целых неотрицательных чисел имеют специальные названия (ноль, один, два и т.д.). Название остальным числам дается в соответствии с их десятичной записью и с учетом общепринятых сокращений. Например, число $52 = 5 \cdot 10 + 2$ - это 5 десятков и 2 единицы - «пятьдесят два». Исключения составляют названия чисел 40 и 90. Специальное название имеет также число, содержащее 1 единицу третьего разряда - «сто» и число, содержащее 1 единицу четвертого разряда - «тысяча». Далее новые названия появляются только при переходе в каждый следующий класс - «миллион», «миллиард» и т.д.

Таким образом, чтение натуральных чисел осуществляется по следующим правилам:

1) если значность числа не превосходит трех, то последовательно (слева направо) называются цифры каждого разряда, начиная со старшего, с указанием названия единиц соответствующего разряда и с использованием общепринятых сокращений. Название единиц первого разряда условились опускать.

Например, 562 - читается «пятьсот шестьдесят два»

2) если значность числа больше трех, то сначала выделяют (с помощью точки) единицы каждого класса, затем последовательно (слева направо) читают число, записанное в каждом классе (начиная со старшего) по правилам, описанным в пункте 1, указывая название единиц каждого класса.

Например, 28.346.197 - читается «двадцать восемь миллионов триста сорок шесть тысяч сто девяносто семь».

Сравнение натуральных чисел

Для любых натуральных чисел $X = a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$ и $Y = b_m b_{m-1} \dots b_1 b_0$ справедлива теорема:

$n < m \Rightarrow X < Y$;

$n=m \wedge a_n < b_n \Rightarrow X < Y;$

$n = m \wedge a_n = b_n \wedge a_{n-1} = b_{n-1} \wedge \dots \wedge a_k = b_k \wedge a_{k+1} < b_{k+1} \Rightarrow X < Y.$

Например,

1) $34 < 212$, так значность числа 34 меньше значности числа 212;

2) $134 < 212$, так как значности этих чисел равны, но цифра старшего разряда числа 134 меньше цифры старшего разряда числа 212;

3) $134567 < 134711$, так как хотя значности этих чисел равны и равны цифры в разрядах сотен тысяч (старший разряд), десятков тысяч, тысяч, но цифра в разряде сотен числа 134567 меньше цифры в разряде сотен числа 134711 [15].

§ 3. Общие вопросы изучения нумерации целых неотрицательных чисел в начальном курсе математики

Понятие натурального числа, нумерация целых неотрицательных чисел и действия над ними являются основными темами начального курса математики. При изучении нумерации у учащихся должен быть сформированы знания, которые являются основой работы над арифметическими действиями.

Материал по нумерации изучается в четырех концентрарх: десяток, сотня, тысяча, многозначные числа. При этом изучение каждого вопроса опирается на предыдущий концентр, дополняется новым содержанием и тем самым получает свое развитие.

1. Концентр «Десяток»

В методической литературе выделение темы "Десяток" в особый концентр объясняют следующими причинами:

1) Десять - основание десятичной системы счисления и числа от 1 до 10 образуются в процессе счета, получают название и обозначение.

2) Арифметические действия связаны с операциями над множествами. Сложение и вычитание в пределах 10 формируют навыки работы с конкретными множествами, т.к. у них число элементов не превосходят 10.

3) Используя небольшие числа, многие понятия легче продемонстрировать практическими действиями для более эффективного их формирования (например, понятия равенства, неравенства, сложение, вычитание, натуральное число).

4) В концентре "Десяток" изучаются темы, которые являются основой для изучения последующих вопросов. Например, $20+30=50$ сводится к 2 дес.+3 дес.=5 дес.

В изучении концентра "Десяток" выделяют три этапа: подготовительный период, изучение нумерации, изучение сложения и вычитания.

В подготовительный период рассматриваются такие вопросы:

1. Счет предметов. При счете упражняются в такой последовательности:

а) предметы в классе;

б) объемные игрушки;

в) предметные картинки;

г) счетные палочки;

е) рисунки учебника.

Полезно попытаться использовать и обратный счет: 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1. Выполняя упражнения в счете предметов, дети должны понять, что счет не зависит, в каком порядке мы считаем; при счете нельзя пропускать предметы, нельзя один и тот же

предмет назвать дважды.

2. Больше? Меньше? Столько же? При изучении этой темы основной целью ставится научить детей практически выяснять, в какой из двух сравниваемых групп предметов больше (меньше) или в них поровну предметов. Учащимся предлагается в один ряд положить 5 красных, в другой 4 синих кружка. Накладываем 1 синий кружок на 1 красный и 1 красный кружок остается без пары. Говорим: красных кружков больше, а синих кружков меньше; красных кружков на 1 больше, а синих - на 1 меньше.

На этом же упражнении учитель начинает обучать приему преобразования неравночисленных множеств в равночисленные и обратно. Учитель спрашивает: "Что надо сделать, чтобы синих кружков стало столько, сколько красных? (Положить еще один синий кружок.) Что надо сделать, чтобы красных кружков стало столько же, сколько синих? (Убрать 1 красный кружок.) Как мы их уравнили? (Добавили кружок, убрали кружок.)

3. Порядковые отношения: "стоять перед", "находиться между", "следовать за" и порядковые значения чисел.

Учитель просит нескольких учащихся встать в один ряд друг за другом и вопросами вида "Кто стоит первым?", и т.д. разъясняет смысл этих терминов. Дети должны понять, что если при счете порядок не имел значение, то здесь порядковые номер предмета зависит от порядка, в котором производился счет предметов. После работы с другими наглядными пособиями работают по рисункам учебника.

В подготовительный период учащиеся знакомятся с тетрадью и ее разлиновкой, другими учебными пособиями. Начинается подготовка к письму; после показа учителем на доске дети выполняют работы по образцу, данному в учебнике. В этот период с помощью родителей учащиеся должны сделать индивидуальное наборное полотно, кружки, квадраты и т.п.

При изучении нумерации чисел первого десятка учащиеся должны овладеть следующими знаниями, умениями и навыками:

- усвоить последовательность чисел от 1 до 10 и уметь вести счет в прямом и обратном направлении;
- знать, как образуется каждое число из предыдущего и следующего за ним числа;
- уметь сравнивать любые два числа, т.е. устанавливать, какое из них больше (меньше) другого и уметь записывать знаками ">", "<", "=";
- научиться воспринимать на слух и с опорой на наглядность простейшие задачи, связанные со сложением и вычитанием; знать элементы задачи и уметь их решать;
- научиться читать цифры, правильно и аккуратно писать их в тетради.

При изучении нумерации идет процесс формирования понятия числа. Учащиеся должны понять, что число 4 обозначает число элементов множеств, состоящих из четырех любых предметов: парты, столы, машины, люди, кружки, палочки и т.д. Для образования чисел используются также упражнения [11, с.57-62]:

1. Присчитывание и отсчитывание по 1. Этот прием выполняется с предметами. Например, чтобы получить число 3 учитель предлагает детям положить 2 палочки, затем положить еще 1 палочку. Выясняют, что палочек стало 3 и их получили

присоединением к 2 палочкам 1 палочки. Делают вывод: чтобы получить 3, надо к 2 прибавить 1. Теперь обратно: из 3 палочек убирают 1 палочку и поясняют, как получили 2 палочки. Делают вывод: чтобы получить 2, надо из 3 отнять 1.

Учитель сообщает учащимся, что в первом случае присчитывали по 1, во втором - отсчитывали по 1. Эти термины учащиеся запоминают при выполнении упражнений формулировкой: "Начиная от числа 2 присчитываем по 1 до 5". Учащиеся говорят: "к 2 прибавим 1 получим 3; к 3 прибавим 1, получим 4; к 4 прибавим 1, получим 5".

Такие упражнения направлены не только на усвоение терминов, но и на развитие математической речи.

2. Образование числовых последовательностей ("числовых лесенок").

При изучении чисел 1-4 проводится такая работа: "Положите 1 круг; рядом положите 1 круг и сверху еще 1 круг (столбиком - учитель рисует на доске). Сколько стало кружков? (2.) Рядом столбиком положите столько же кружков и еще 1. Сколько их стало? (3.) Как получили 3 кружка? (К 2 прибавили 1.) Теперь столбиком положите столько же кружков и еще 1. Сколько стало? (4.) Как получили 4 кружка? (К 3 прибавили 1.) Запишем это цифрами: $3+1=4$. Ребята, что напоминает расположение наших кружков? (Лесенку.) Верно. Получается лесенка (чертим её доске лесенку (рис.87)). Лесенка наша может подниматься выше и выше, а чисел будет ... (много-много). Теперь уберите кружки и из треугольников постройте лесенку от 4 до 1 так, чтобы она опускалась вниз и объясните, как из 4 получили 3, потом из 3 число 2 и т.д."

"Числовая лесенка" дает представление о бесконечности последовательности натуральных чисел, закрепляет прием образования числа: $3+1=4$, $4-1=3$.

3. Знакомство с печатной и письменной цифрой.

Изучаемые числа обозначают сначала печатными цифрами, которые выставляют на наборном полотне рядом с соответствующим множеством предметов. Учитель поясняет: можно сказать три квадрата, три куклы, три машины, а можно обозначить число 3 вот таким знаком, такой цифрой. (Показывает.) Для закрепления используют взаимообратные упражнения:

- а) учитель называет число предметов, учащиеся показывают цифрой;
- б) учитель показывает цифру, учащиеся предметы.

Знакомя с письменной цифрой, учитель объясняет и показывает образец написания на доске. Дети повторяют объяснение вслух, рисуя при этом цифру в воздухе или обводя образец, данный учителем в тетрадах.

5. Сравнение последовательных чисел натурального ряда и записи вида $4>3$, $3<4$ вводятся с опорой на сравнение множеств.

2. Концентр «Второй десяток»

Основой в понимании нумерации чисел второго десятка является выделение десятка и ясное представление, что десяток - это десять единиц и в то же время это новая единица счета, которой можно считать так же, как единицами, добавляя к числам один, два и т.д. Названия этой счетной единицы, например один десяток, два десятка. Работа над нумерацией чисел в пределах 20 состоит из несколько этапов:

1. Получение одного десятка.

2. Получение чисел второго десятка от 11 до 19 путем присчитывания к одному десятку несколько единиц.

3. Получение числа 20 из двух десятков.

4. Письменная нумерация чисел от 11 до 20.

5. Получение чисел второго десятка путем присчитывания к предыдущему числу одной единицы и отсчитывания от последующего числа одной единицы. Счет в пределах 20.

Задача первых уроков знакомства с десятичной системой при изучении чисел от 10 до 19 - привлечь внимание к образованию имени каждого числа, к тому, как в имени отражен один из способов получения данного числа, к особой роли числа 10 и цифры 0.

Для этого после называния по порядку чисел от 10 до 20 учитель просит детей медленно произнести слово «одиннадцать», вслушаться в него и найти сходство с названиями других чисел или другого числа. Дети выделяют «один». Затем с помощью учителя выделяют «на» и «дцать». В процессе обсуждения определяют значение этих слов, выкладывают на счетных палочках или других предметных и геометрических моделях. Обращается внимание учащихся на разные значения цифры 1 в записи чисел «один», «десять», «одиннадцать». Предлагается разгадать способ образования, отраженный в названиях других чисел второго десятка, показать на моделях, назвать значение цифры 1 в записях чисел 12, 13, 14....19.

Организуется открытие нового знания: в записи большего из двух чисел второго десятка число единиц всегда больше, из чего следует, что для сравнения двух таких чисел достаточно сравнить единицы: где их больше, там и число больше. В этот же период дети осваивают алгоритмы сложения и вычитания для случаев вида $10+2=12$, $12-2=10$, $12-10=2$.

3. Концентр «Сотня»

Ознакомить учащихся с позиционным принципом, зависимостью значения цифры от места в записи числа можно тогда, когда есть возможность получить новое число, переставив цифры. Такая возможность появляется при рассмотрении чисел от 20 до 100.

В концентре "Сотня" изучаются следующие вопросы: нумерация чисел, сложение и вычитание, умножение и деление. Эти вопросы выделяются в особый концентр по следующим причинам:

- учащиеся знакомятся с новой счетной единицей - десятком и новым понятием - понятием разряда;
- учащиеся овладевают приемами устных и письменных вычислений на основе свойства арифметических действий, связи между их компонентами и результатом;
- учащиеся усваивают таблицы сложения и умножения и соответствующие случаи обратных действий - вычитания и деления;
- вводятся составные задачи и продолжается работа над простыми задачами;
- изучаются математические выражения, продолжается изучение геометрического материала.

В результате изучения нумерации в пределах 100, учащиеся должны овладеть

следующими знаниями, умениями и навыками:

- научиться считать предметы десятками и усвоить образование, название двузначных чисел;
- усвоить порядок следования чисел при счете, используя предшествующее и последующее число;
- уметь сравнивать числа, опираясь на их место в натуральной последовательности, а также на десятичный состав чисел;
- уметь читать и записывать числа в пределах 100.

Нумерация концентра "Сотня" изучается в два этапа: 1) устная нумерация; 2) письменная нумерация.

Подготовительной работой к изучению нумерации в пределах 100 является повторение нумерации в пределах 10: образование числа (присчитывание и отсчитывание по 1), последовательность чисел от 1 до 10, прямой и обратный счет. Каждый раз учитель говорит: эти же приемы мы будем использовать при изучении нумерации чисел больше 10, но там вместо единиц мы будем употреблять десятки. Изучение нумерации в пределах 100 для детей связано с преодолением ряда трудностей. В период изучения чисел в пределах 100 закладывается основа понимания сущности десятичной системы: из 10 простых счетных единиц образуется новая (составная) счетная единица - сотня. Вот эту закономерность учащиеся усваивают с большим трудом. Здесь требуется основательная наглядная база, постоянное сравнение чисел первого, второго десятков и чисел 21-99, например: 2 и 20, 2 и 12, 1, 10, 100 и т.д. Учащиеся испытывают затруднения в запоминании названий круглых десятков, их последовательности и особенно их счете в прямом и обратном порядке. С большим трудом они запоминают названия десятков сорок и девяносто. Нередко по аналогии с образованием предыдущих числительных они соответственно называют их: «четырнадцать», «девять - десять», а при переходе к новому десятку считают: «двадцать девять, двадцать десять, двадцать одиннадцать» и т.д. Как при изучении предыдущих чисел, учащихся больше всего затрудняет счет в обратном порядке, присчитывание и отсчитывание равными числовыми группами. Изучение устной нумерации в пределах 100 начинается с формирования у учащихся понятия о десятке. Предлагается отсчитать десять палочек и завязать их в пучок. Можно сказать "десять", "десяток" - т.е. десять единиц образуют десяток. Отсчитав по 10 палочек, получаем еще 1 десяток и будет 2 десятка и т.д. Практически выясняется, что эти десятки можно складывать и вычитать как простые единицы.

После ознакомления с понятием "десяток", повторяются основные упражнения по образованию чисел в пределах 10 и то же самое проделывается, используя термин "десяток": дети считают 1 десяток, 2 десятка, ... и наоборот, выясняют: к 1 десятку прибавим 3 десятка, получим 4 десятка; из 7 десятков вычитаем 2 десятка, получим 5 десятков и т.д. Учащиеся должны понять, что при изучении нумерации принципы и приемы работы с числами переходят из одного концентра в другое.

При изучении образования чисел от 11 до 20 из десятков и единиц может быть проведена такая практическая работа с дидактическим материалом: «Отсчитайте 10 палочек, как сказать иначе, сколько у вас палочек? (1 десяток.) Завяжите палочки в

пучок. Положите 1 палочку на десяток палочек. Сколько стало всего палочек? (Один - на - дцать.) Сколько здесь десятков палочек? Возьмите десяток в левую руку и покажите. Покажите, сколько еще есть отдельных палочек. Значит, сколько десятков и единиц содержится в числе 11? Положите на десяток еще 1 палочку. Сколько палочек лежит на десятке? (Две.) Сколько всего палочек? Сколько десятков и сколько отдельных палочек? Сколько единиц и сколько десятков в числе "две - на - дцать"?» Аналогично рассматриваются следующие числа второго десятка, после чего надо обратить внимание детей на то, что в названиях чисел от 11 до 19 первая часть слова обозначает число единиц, а в числе 20 первая часть слова обозначает число десятков. Для закрепления устной нумерации учитель подбирает такие упражнения:

- 1) Отсчитайте 14 палочек, покажите сколько десятков и сколько единиц.
- 2) У меня в руках 1 десяток палочек и 8 отдельных палочек. Каким числом вы это назовете?
- 3) Положите 12 палочек, передвигайте по одной палочке и называйте, сколько палочек стало.
- 4) Положите 19 палочек, отодвиньте в сторону по 1 палочке и называйте, сколько палочек стало.

При изучении письменной нумерации многие учащиеся долго не усваивают позиционное значение цифр в числе: вместо 35 записывают 53, при чтении чисел вначале произносят единицу, а потом десятки. Некоторые учащиеся, усвоив образование новых десятков, ещё долгое время испытывают затруднения в понимании образования числа 100.

Когда у учащихся накопится достаточный запас представлений и знаний о числах, можно поставить проблему обозначения числа в полный рост, включать детей в её решение, например, так, как показано далее. Подобные уроки можно проводить не только в первом классе.

Пример:

- Сколько всего чисел (натуральных)? (Бесконечно много. Бесконечное множество)

- Сколько всего цифр используется для записи чисел? (Цифр всего 10 :

1;2;3;4;5;6;7;8;9;0)

- А почему именно десять цифр, а не 5, не 7? (Выслушиваются все версии детей).

После обсуждения дети приходят к выводу: нужно самим изобрести три удобных графических знака- три цифры, а затем придумать способ записи всех чисел.

Первый этап работы - изобретение знаков - цифр. Каждый ребенок может предложить свой набор, и учитель должен поощрить это.

Второй этап работы (после выбора наиболее удачных наборов цифр)- придание знакам числовых значений.

Интересно, что первоклассники чаще всего предлагают числа ноль, один, два, иногда один, два, три. Если предложен первый из названных вариантов и учитель заинтересован в более быстром переходе к принципам позиционных систем, то можно ограничиться и одним вариантом. Если учитель хочет не только раскрыть принципы и свойства позиционных систем, но и дать возможность учащимся прикоснуться к истории развития систем обозначения чисел, почувствовать всю

сложность проблемы изобретения системы записи чисел, восхититься гениальностью изобретателя числа и цифры 0, то можно рассмотреть и другие наборы значений цифр. Сделать это можно не только на уроке, но и во внеурочной деятельности.

4. Концентр «Тысяча»

Нумерация в пределах 1000 и арифметические действия выделяются в особый концентр по следующим причинам:

- здесь заканчивается изучение нумерации чисел первого класса, класса единиц (сотни, десятки, единицы), что является основой для изучения нумерации многозначных чисел;
- закрепляются знания устных и письменных приемов вычислений;
- вводятся устные приемы умножения и деления;
- далее продолжается решение составных задач с новыми величинами, изучение геометрического и алгебраического материала.

В результате изучения нумерации учащиеся должны:

- уметь читать и записывать трехзначные числа;
- понимать образование чисел из сотен, десятков, единиц;
- усвоить названия разрядных единиц, их соотношение и уметь представлять число как сумму разрядных слагаемых;
- уметь применять знание нумерации при устных вычислениях.

Методика изучения нумерации в пределах 1000 аналогична методике изучения нумерации в пределах 100. Разница только в том, что здесь добавляется еще один разряд - разряд сотен.

По-прежнему, многих учащихся затрудняет понимание позиционного значения цифр в числе. Особенно много ошибок встречается при записи чисел с отсутствующими единицами того или иного разряда: вместо 805 они пишут 85, в место 850 пишут 85. Затрудняет и чтение таких чисел. Отдельные учащиеся записывают число, начиная не с высшего разряда единиц, ставя его на первое место слева. Большие затруднения испытывают учащиеся при усвоении десятичной системы счисления, т.е. при усвоении основы систем.

Приступая к изучению нумерации в пределах 1000, учитель должен тщательно продумать систему изучения нумерации, подобрать необходимые пособия, предусмотреть практические работы для учащихся, систему упражнений по закреплению нумерации при изучении последующих тем.

Последовательность изучения нумерации:

1. Счет круглыми сотнями в пределах 1000. Обозначения круглых сотен цифрами. Образование нового разряда - единиц тысяч.
2. Счет сотнями и десятками, образование чисел из сотен и десятков.
3. Счет сотнями, десятками и единицами. Образование чисел из сотен десятков и единиц.
4. Письменная нумерация в пределах 1000.
5. Закрепление последовательности натурального ряда чисел I-1000.
6. Закрепление нумерации в процессе изучения действий.

Несмотря на то, что изучаются числа в пределах 1000, необходимость в использовании наглядных пособий и даже предметных пособий не снимается. Наиболее распространенными пособиями, используемыми в школах, являются: 1000 палочек, связанных в десятки и сотни; 10 квадратов, каждый из которых разделен на 100 клеток; абак; счеты; таблицы с записью круглых сотен, таблицы с записью круглых десятков; разрядная сетка; таблица метрической системы мер; мерная веревка длиной 10 м или 1000 см.

Знакомство с устной нумерацией в пределах 1000 начинается с повторения:

1. Счета единиц до 10.
2. Замены 10 единиц одним
3. Счета десятками до 100 десятков.
4. Замены 10 десятков одной сотней.

Ученики ещё раз наблюдают образец множества, состоящего из 1000 элементов.

При знакомстве с письменной нумерацией нужно учитывать, что большие затруднения для учащихся вызывает запись чисел, в которых единицы одного или двух разрядов равны 0. Поэтому здесь важно соблюдать определенную последовательность. Сначала следует познакомить учащихся с записью полных трехзначных чисел, в которых все три разряда налицо, затем с записью чисел, в которых единицы первого или второго разряда равны нулю. Проводятся упражнения на чтение чисел в разрядной сетке. Учащиеся чертят разрядные сетки в тетрадах и записывают в них числа. В разрядной сетке появляется четвертый разряд единицы тысяч. Необходимо чтобы каждый ученик записал по порядку числа от единицы до 1000. Это задание учащиеся выполняют не сразу. Они записывают сначала числа первой сотни, затем второй и т.д. в клетке тех квадратов, которые заготавливали раньше при изучении устной нумерации. Эта работа может выполняться во внеурочное время как домашнее задание.

5. Концентр «Многочисленные числа»

Нумерация многочисленных чисел и действия над ними выделяются в особый концентр по следующим причинам:

- многочисленные числа образуются, называются, записываются с опорой и на понятие разряда, и на понятие класса;
- арифметические действия, в основном, выполняются с использованием письменных вычислений.

В результате изучения нумерации многочисленных чисел учащиеся должны:

- усвоить названия и последовательность чисел натурального ряда в пределах класса миллионов, понять, как они образуются, знать их десятичный состав;
- знать названия классов (класс единиц, класс тысяч, класс миллионов) и разрядов внутри каждого класса (единицы, десятки, сотни, единицы тысяч, десятки тысяч и т.д.);
- научиться читать и записывать любое число в пределах класса миллионов, представлять любое число в виде суммы его разрядных слагаемых;
- уметь переносить все приемы работы над числами, изученными в предыдущих концентрах, в данный концентр.

Изучение нумерации многозначных чисел начинают с повторения нумерации чисел в пределах 1000. Повторяются все виды упражнений по общей схеме разбора числа, повторяется работа с нумерационной таблицей, все термины, относящиеся к нумерации. Наиболее удобным наглядным пособием для изучения многозначных чисел являются русские счеты, но, к сожалению, они исчезли. Как демонстрационный материал учитель может использовать пособие, сделанное из миллиметровой бумаги, где 1 полоска со сторонами 10 мм и 100 мм показывает 1000 (единицы - 1 мм²). Однако, ими единицы практически трудно показать, но для изучения чисел с более высокими разрядами они незаменимы. 10 таких полосок изображают число 10000.

После ознакомления с числами 10000, 100000, учащиеся знакомятся классами: 1 класс - класс единиц, 2 класс - класс тысяч (читают по учебнику). Затем сравнивают 1 и 2 классы и устанавливают их сходство и различие: в каждом классе по три разряда, единицы каждого разряда в 10 раз больше предыдущей, но в 1 классе считают и группируют единицы, а в 2 классе - тысячи.

Далее изучаются числа 2 класса - числа вида 75000, 600000, 392000. Работа, в основном, ведется по нумерационной таблице. Выставляя соответствующие цифры учитель обращает внимание на особенности записи чисел 2 класса: три нуля в конце обозначают отсутствие единиц 1, 2, 3 разрядов, т.е. отсутствие единиц 1 класса, но не отсутствие самих разрядов или класса. Рассматривая десятичный состав чисел 2 класса, учащиеся говорят: 392000 - это 3 сотни тысяч, 9 десятков тысяч и 2 единицы тысяч. Повторяют также другие упражнения по общей схеме разбора числа. На следующем этапе изучаются числа, состоящие из единиц первого и второго класса. Первые упражнения проводятся по нумерационной таблице, куда выставляются карточки с цифрами. Учащимся надо показать порядок чтения таких чисел, показывая это стрелкой (таблица 1):

Таблица 1

Класс тысяч

Класс единиц

Сотни

Тысяч

Десятки
тысяч

Единицы
Тысяч

Сотни

Десятки

Единицы

9

2

3

4

2

7

девятьсот двадцать три тысячи четыреста двадцать семь

система счисления десятичный неотрицательный

В дальнейшем при разборе числа ограничиваются названием разрядов: 923427 - это 923427 единиц; 92342 десятка; 9234 сотни; 923 тысячи; 92 десятки тысяч; 9 сотен тысяч.

Для закрепления нумерации многозначных чисел рассматриваются, в частности, такие упражнения:

- а) устное сложение и вычитание вида $17350-350$, $40000+60$ и т.п.;
- б) во сколько раз увеличится число, когда в его записи справа приписывается один нуль? два нуля? три нуля? (аналогично: если отбросить);
- в) увеличь число в 100 раз: 57, 146, 90. Уменьши в 10 раз числа: 340, 500, 9800;
- г) вычислить: $60 \cdot 100+309$, $9800:10-80$;
- д) сравни числа: 38000 и 3800.

Дополнительно к упражнениям учебника можно предложить следующие задания:

1. Запишите: а) 371 ед. в 1 классе; б) 90 ед. во 2 классе; в) 250 ед. во 2 классе; г) 8 ед. во 2 классе. Прочитать числа.

2. Запишите: а) 7 ед. во 2 классе и 6 дес. в 1 классе; б) 208 ед. во 2 классе и 80 ед. в 1 классе; в) 102 ед. в 3 классе, 102 ед. во 2 классе и 2 ед. в 1 классе. Прочитать числа. Объяснить их состав.

3. Запишите: 7 ед. 8 разряда, 4 ед. 6 разряда, 3 ед. 3 разряда. Прочитайте эти числа.

4. Запишите числа и объясните их состав: двести пять тысяч шестьдесят четыре; двести двадцать семь тысяч шестьсот; триста тысяч семь; шесть миллионов пять тысяч три; пятьсот тысяч шесть и др.

Работа по изучению нумерации завершается отработкой навыков применения общей схемы разбора числа.

Отметим, что наиболее ответственной при изучении нумерации является усвоение терминологии. Это нужно в будущем для правильного объяснения письменных вычислений и, особенно важно в связи с изучением десятичных дробей в 5 классе (из-за незнания терминов, например, учащиеся не различают "десяток" и "десятые" и т.д.).

На уроках при изучении нумерации полезно использовать различный материал, взятый из жизни города, республики, страны.

Заключение

В ходе решения поставленных в исследовании задач были достигнуты следующие результаты.

1. Раскрыты понятие системы счисления, историю развития систем счисления. Понятие системы счисления прошло длительный исторический путь развития. Позиционные системы являются наиболее совершенными по сравнению с непозиционными, так как предлагают более компактный способ записи чисел и

облегчают процесс вычислений. В настоящее время практически повсеместно используется десятичная арабская позиционная нумерация, однако до сих пор сохранились следы непозиционных систем счисления.

2. Описаны особенности десятичной системы счисления.

В десятичной системе счисления для записи чисел используются 10 знаков (цифр): 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

Десятичной записью числа x называется его представление в виде:

$x = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} + \dots + a_1 \cdot 10 + a_0$, где $a_n, a_{n-1}, \dots, a_1, a_0$ принимают значения: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, и $a_n \neq 0$.

Краткая запись числа выглядит так: $a_n a_{n-1} \dots a_1 a_0$.

Числа 1, 10, 10², 10³, ..., 10ⁿ называются разрядными единицами соответственно первого, второго и т.д. разряда.

10 единиц одного разряда составляют 1 единицу следующего высшего разряда.

10 - основание системы счисления, поэтому она называется десятичной.

Три первых разряда образуют класс единиц, следующие три разряда - классом тысяч, затем идет класс миллионов и др.

Для записи любого числа достаточно 10 цифр.

3. Рассмотрены общие вопросы изучения нумерации целых неотрицательных чисел в начальном курсе математики.

Понятие натурального числа, нумерация целых неотрицательных чисел и действия над ними являются основными темами начального курса математики.

Материал по нумерации изучается в четырех концентриках: десяток, сотня, тысяча, многозначные числа. При этом изучение каждого вопроса опирается на предыдущий концентр, дополняется новым содержанием и тем самым получает свое развитие.

Библиографический список использованных источников и литературы

1. Архангельский, А. В. О сущности математики и фундаментальных математических структурах / А.В. Архангельский // История и методология естественных наук - 1986. - №32. - С.120

2. Бантова, М.А. Методика преподавания математики в начальных классах / М.А.

Бантова, Г.В. Бельтюкова. - М.: Педагогика, 1984. - 301 с.

3. Бендукидзе, А.Д. О системах счисления / А. Д. Бендукидзе // Квант- 1975. - №8 - С. 59- 61.

4. Белошистая, А. В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций: учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по спец. «Педагогика и методика начального образования» / А.В. Белошистая. - М.: Гуманитар. изд. центр «ВЛАДОС», 2007. - 456 с.

5. Белошистая, А.В. Обучение математике в нач. школе: метод. пособие / А.В.

Белошистая. - М.: Айрис - пресс, 2006. - 176 с.

6. Березнюк, Н. Т. Кодирование информации. Двоичные коды. / Н.Т Березнюк, А. Г Андрущенко. - Харьков: Издательское объединение "Вища школа", 1978.- 252 с.

7. Бородин, А. И. Биографический словарь деятелей в области математики. / А.И Бородин, А. С Бугай. - Киев: Радянська школа. - 1979. - с. 65- 70.

8. Вайман, А. А. Шумеро-вавилонская математика. / А.А Ваймана -М.: Издательство

восточной литературы 1994. - с 45- 48 .

9. Виленкина , Н. Я. Алгебра и теория чисел: Учеб. пособие для студентов.2 изд. / Н. Я. Виленкина Н. А. Казачек, Г. Н. Перлатов, Н. Я. Виленкин, А. И. Бородин - М.: Просвещение, 1984. 192 с.
10. Выгодский, М.Я. Справочник по элементарной математике / М. Я Выгодский - М.: Планета знаний - 2009. - С 832.
11. Выгодский, М. Я. Арифметика и алгебра в древнем мире. / М. Я. Выгодский. - М.: Книга по Требованию - 2012. - С 370.
- 12.Галаева, Е.А Занимательные материалы по математике.7-8 классы. /Е.А.Галаева Е.А. - М.: Корифей - 2006. - 80 с.
13. Гашков, С. Б Системы счисления и их применение. / С. Б .Гашков-М.: Просвещение - 2004. - С 34- 42.
14. Демидова, Т.Е. Математика: Учебник для 3 класса: в 3 частях. Ч. 1. / Т.Е. Демидова, С.А. Козлова, А.П. Тонких. - 3-е изд., испр. - М.: Баласс, 2011. 96 с.
15. Демидова, Т.Е. Математика: Учебник для 3 класса: в 3 частях. Ч. 2. / Т.Е. Демидова, С.А. Козлова, А.П. Тонких. - 3-е изд., испр. - М.: Баласс, 2011. - 96 с.
16. Депман, И .Я. За страницами учебника математики. / И.Я. Депман, И.Я. Виленкин. -- М.: Просвещение, 1989.-- 287 с.
17. Истомина, Н. Б. Математика. 3 класс в 2-х частях. / Н. Б. Истомина. - Смоленск, Ассоциация XXI век. - 2013. -- 120 с.
18. Истомина, Н. Б. Методика обучения математике в начальных классах. / Н. Б. Истомина. - Смоленск. Ассоциация XXI век. - 2005. -272 с.
19. Истомина, Н. Б. Математика. 2 класс в 2-х частях. Ч.1 - 120с.; Ч.2 - 120с. / Н. Б. Истомина.- 3-е изд. Смоленск. - М.: Ассоциация XXI век- 2013 - 120с.
20. Каган, Б.М. Электронные вычислительные машины и системы / Б. М. Каган . - М.: Энергоатомиздат. - 1985. 347 с .
21. Козлова, С.А. Математика 3 класс. Методические рекомендации для учителя / С.А. Козлова, А.Г. Рубин.- М.: Баласс, 2006. - 208 с.
22. Маркушевич , А. И Детская энциклопедия . Для среднего и старшего возраста. /А. И Маркушевич. - М.: Педагогика, 1975. - 464 с.
- 23.Менчинская, Н.А. Проблемы обучения, воспитания и психического развития ребёнка / Н.А. Менчинская. - М.: Воронеж, Модэк.- 2004. -- 512 с.
24. Пентегова, Г.А. Развитие логического мышления на уроках математики. Начальная школа /Г.А.Пентегова // - Начальная школа. - 2000. - С. 33-34.25. Примерные программы по учебным предметам. Начальная школа. В 2ч. Ч.1. - 3-е изд. - М.: Просвещение, 2010.
26. Рудницкая, В.Н. Математика: 3 класс: учебник для учащихся образовательных учреждений: в 2 ч. Ч.2 / В.Н. Рудницкая, Т.В. Юдачева. - М.: Вентана - Граф, 2013. - 142с.
27. Фомин, С. В. Системы счисления. / Фомин С.В. - М.: Наука, 1987. 48 с.
28. Царева, С.Е. Методика преподавания математики в начальной школе: учебник для студентов высшего образования, обучающихся по направлению подготовки «Педагогическое образование» / С.Е.Царева. -Академия.- 2014. - 496 с.
29. Юдина, Е.П. Математика в практических заданиях: 3 кл.: тетрадь для

самостоятельной работы №3 / Е.П. Юдина, Р.Г. Чураковой. - М.: Академкнига. - 2012. - 48 с.

30. Шестаков, А. П. Позиционные системы счисления. Перевод чисел из одной позиционной системы счисления в другую. Ч. I /А.П. Шестаков. -- Пермь, 1999.-- 56 с.